III. MAKSIMALISASI PROFIT DENGAN SATU INPUT DAN SATU OUTPUT

Deskripsi Materi Pembelajaran:

Bab ini memperkenalkan kaidah dasar maksimalisasi profit dalam kasus input dan output tunggal. Konsep tentang nilai produk total dan nilai produk marginal juga diberikan.Nilai produk marginal dan biaya input marginal sama pada titik di mana maksimalisasi profit dicapai. Profit umumnya maksimum pada saat nilai implisit dari nilai rupiah terakhir yang dibelanjakan untuk satu unit input sama dengan satu. Tahapan produksi akan dideskripsikan beserta penjelasan mengapa petani tidak beroperasi pada daerah produksi II (tahap rasional).

Tujuan Pembelajaran:

Kompetensi dasar yang harus dikuasai peserta ajar setelah mengikuti satu kali tatap muka di kelas selama 2X50 menit, membaca *hand out*,melakukan kajian pustaka selama 2X60 menit dan mengerjakan tugas terstruktur mandiri selama 2X60 menit, adalah menjelaskan kembali kata kunci dan definisi serta memahami, menggambarkan grafik dan menghitung berdasarkan formula matematis konsep-konsep sebagai berikut:

1. Nilai produk total *(Total Value of the Product, TVP)*
2. Profit
3. Penerimaan *(Revenue)*
4. Fungsi biaya
5. Nilai produk marjinal *(Value of the Marginal Product, VMP)*
6. Biaya input total *(Total Factor Cost, TFC)*
7. Biaya input marjinal *(Marginal Factor Cost, MFC)*
8. Nilai produk rata-rata *(Average Value of Product, AVP)*
9. Turunan orde pertama *(First Order Condition, FOC)*
10. Turunan orde ke dua *(Second Order Condition, SOC)*
11. Syarat keharusan *(Necessary Condition)*
12. Syarat kecukupan *(Sufficient Condition)*
13. Profit maksimum
14. Profit minimum
15. Tahapan produksi (I,II dan III)
16. Tahapan produksi rasional
17. Tahapan produksi irasional
18. Nilai implisit
19. Nilai terhitung
20. Harga bayangan *(Shadow Price)*

Materi Pembelajaran:

3.1. Produk Fisik Total versus Nilai Produk Total

Sebagaimana telah dijelaskan pada bab II, output (Y) dari suatu fungsi produksi dapat juga disebut fungsi produksi fisik (TPP). Jika produsen beroperasi di bawah kondisi persaingan sempurna, produsen dapat menjual produk dalam jumlah berapapun pada tingkat harga pasar yang berlaku. Oleh karena itu di bawah asumsi persaingan sempurna, harga pasar p dianggap konstan (p^0).

Jika TPP=y ………………………(3.1.)

Dan $p=p^0$, maka $p^0TPP=p^0y$ ……………..(3.2.)

Persamaan p^0y adalah penerimaan total yang diperoleh dari penjualan output y pada harga jual konstan, dan diistilahkan sebagai nilai produk total (TVP, *total value of product*). Jadi pada harga produk konstan, fungsi TVP memiliki bentuk yang sama dengan fungsi TPP dan yang mengalami perubahan hanya unit produksi pada aksis vertikal.

3.2. Biaya Input Total

Bila produksi hanya memerlukan satu jenis input, dan produsen dapat membeli input yang diperlukan pada tingkat harga pasar (v) tanpa hambatan, maka asumsi pasar persaingan sempurna dipenuhi. Dengan demikian harga input produksi (v) diasumsikan konstan (v^0)

TRC *(Total Resource Cost)* =TFC *(Total Factor Cost)* = v^0x ………………(3.3.)

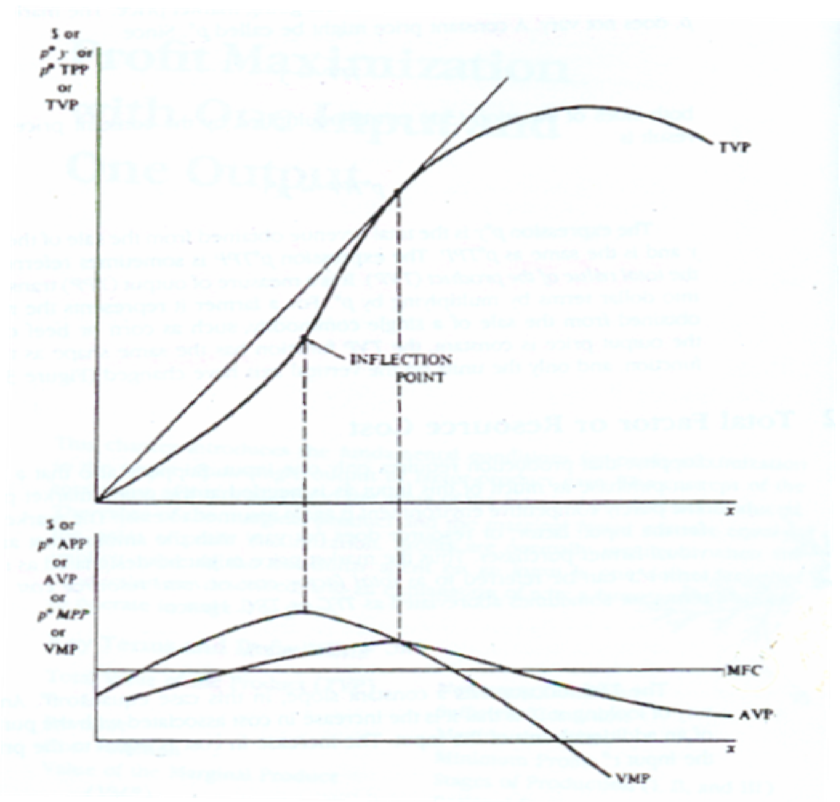
Fungsi TFC memiliki slope konstan, yang sama dengan v^0. Hal ini mengimplikasikan v^0 sebagai peningkatan biaya yang disebabkan oleh meningkatnya pembelian input produksi secara kuantitatif.

3.3. Memaksimalkan Selisih Penerimaan dan Biaya

Untuk memaksimalkan keuntungan (π) produsen harus memaksimalkan selisih antara penerimaan dan biaya produksi.

π= TVP-TFC …………………………..(3.4.)

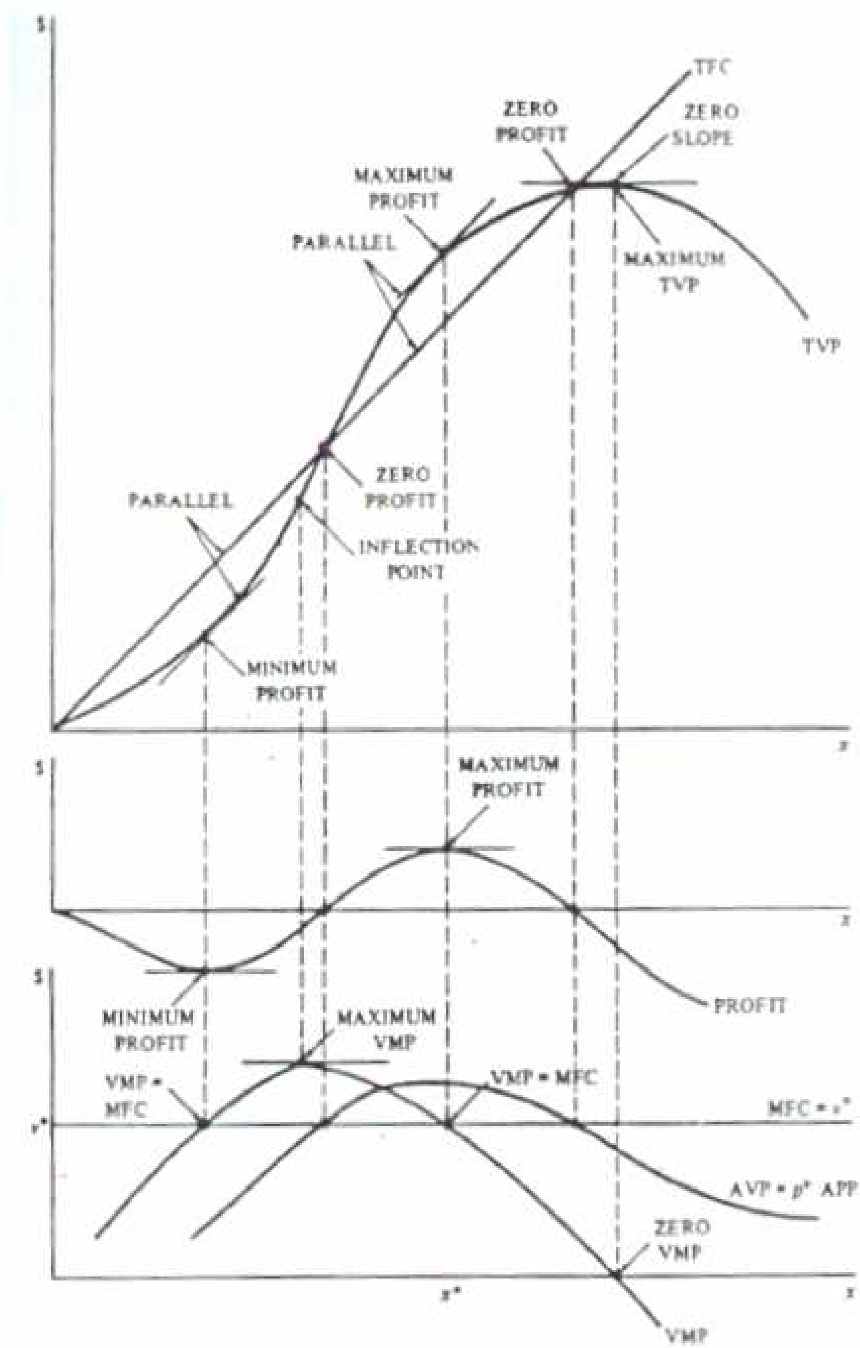
Atau $\pi=p^0y-v^0x$ ………………………….(3.5.)



Gambar 3.1. TVP,VMP,AVP dan MFC

Gambar 3.2. mengilustrasikan fungsi TVP,TFP dan fungsi keuntungan. Fungsi profit atau fungsi keuntungan dapat dengan mudah digambarkan sebab gambar tersebut merupakan jarak vertikal antara TVP dan TFC. Bila TFC lebih besar daripada TVP, keuntungan akan bernilai negatif dan fungsi produksi berada di bawah aksis horisontal. Kondisi ini terjadi pada tahap awal dan akhir penggunaan input. Keuntungan sama dengan nol bila TVP=TFC. Kondisi ini terjadi di dua titik pada gambar yaitu pada saat fungsi keuntungan memotong aksis horisontal. Fungsi profit memiliki slope nol pada kedua titik ini. Kedua titik tersebut berhubungan dengan titik-titik di mana slope kurva TVP sama dengan slope kurva TFC. Titik pertama terhubung dengan titik minimisasi keuntungan dan titik kedua terhubung pada titik maksimisasi keuntungan. Secara matematis hubungan tersebut dinyatakan sebagai berikut:

π= TVP-TFC …………………………..(3.6.)



Gambar 3.2. TVP,TFC,VMP,MFC dan Profit

Slope fungsi profit dapat disusun dengan menggunakan notasi Δ sebagai $\Delta\pi/\Delta x$, sehingga :
$\Delta\pi/\Delta x = \Delta TVP/\Delta x - \Delta TFC/\Delta x$ ………………………(3.7.)
Slope fungsi sama dengan nol pada titik maksimalisasi profit dan pada titik minimalisasi profit. Oleh karena itu slope fungsi TVP ($\Delta TVP/\Delta x$) harus sama dengan slope fungsi TFC ($\Delta TFC/\Delta x$) pada titik maksimalisasi profit.

3.4. Nilai Produk Marjinal dan Biaya Marjinal Input

VMP didefinisikan sebagai nilai dari tambahan unit output yang diperoleh dari penambahan satu unit input x, jika y dijual dengan harga pasar konstan p^0. VMP adalah nilai lain dari slope fungsi TVP di bawah kondisi persaingan sempurna.Dengan kata lain VMP adalah nama lain untuk $\Delta TVP/\Delta x$. Karena $TVP=p^0TPP$ dan $VMP = p^0\Delta TPP/\Delta x$. Dan karena $\Delta TPP/\Delta x=MPP$, maka VMP harus sama dengan p^0MPP.

MFC, adakalanya diistilahkan sebagai *marginal resource cost (MRC)* adalah peningkatan biaya yang disebabkan karena penambahan pembelian satu unit input.MFC merupakan nama lain untuk slope fungsi TFC. Selama harga input diasumsikan konstan, pada v^0 maka $MFC=v^0$.

3.5. Menyetarakan VMP dan MFC

Titik-titik di mana slope TVC sama dengan slope TFC berhubungan dengan titik-titik minimalisasi dan atau maksimalisasi keuntungan. Titik-titik tersebut diformulasikan sebagai:

$p^0MPP=VMP=MFC=v^0$………………….(3.8.)

Gambar 3.2. di atas juga mengilustrasikan hubungan ini. MFC menjadi sama dengan harga input konstan (v^0) dan digambarkan sebagai garis lurus. Cermati bahwa APP dapat dikalikan dengan harga produk p^0, dan menjadi AVP atau sama dengan p^0APP atau p^0y/x.

Ada beberapa cara menyusun persamaan $p^0MP=v^0$. Salah satu alternatifnya adalah dengan membagi kedua sisi persamaan dengan harga output p^0. Kemudian pada titik keuntungan maksimum MPP sama dengan v^0/p^0, rasio harga input/output. Alternatif lainnya adalah dengan membagi kedua sisi persamaan dengan APP atau y/x. Kondisi maksimalisasi keuntungan adalah: $MPP/APP=(v^0x)/(p^0y)$ ………………..(3.9.)

Akan tetapi karena MPP/APP adalah elastisitas produksi untuk x, maka nilai v^0x merepresentasikan biaya total input. Nilai p^0y merepresentasikan penerimaan total produsen, sebab merupakan harga output dikalikan jumlah output. Pada titik ini maksimalisasi keuntungan, elastisitas produksi akan sama dengan rasio biaya total input dengan pendapatan total produsen.

Data tabel 2.5. dapat digunakan untuk menetapkan seberapa banyak pupuk N diaplikasikan pada jagung. Untuk itu harga harus dimasukkan pada data jagung dan pupuk N. Asumsikan harga jagung adalah 4,00 (per bushel dalam satuan moneter atau mata uang) dan harga pupuk n adalah 0,15 (per pound dalam satuan moneter, atau mata uang setempat).Data disajikan pada tabel 3.1.

Hal penting yang dapat disimpulkan dari tabel 3.1. adalah aplikasi pupuk N pada level 180 pound/acre, MPP pupuk N terhitung sebesar 0,0264. Jumlah ini sangat mendekati nol dan dengan demikian mengimplikasikan bahwa hasil maksimum jagung akan dicapai pada aplikasi pupuk N mendekati 180 pound per acre. MPP dihitung dengan menurunkan fungsi produksi (TPP) sebagai berikut:

$y = 0{,}75x + 0{,}0042x^2 - 0{,}000023x^3$.........................(3.10.)

$dy / dx = 0{,}75 + 0{,}0084x - 0{,}000069x^2$.......................(3.11.)

MPP pada x =180 adalah: $\mathrm{MPP} = 0{,}75 + 0{,}0084(180) - 0{,}000069(180)^2 = 0{,}0264$

Pada titik di mana x=180, MPP masih positip, nilai y maksimum akan tercapai pada aplikasi pupuk N sedikit lebih besar dari 180 pound/acre sehingga dy/dx=MPP=0

Tabel 3.1. Maksimalisasi Profit dalam Respon Aplikasi Nitrogen pada Produksi Jagung

Kuantitas Pupuk N	Produksi Jagung (bu/acre)	MPP nitrogen	p^0 (unit-harga)	VMP p^0 MPP	MFC (v^0) (unit harga)	Profit (unit harga)
0	0	0,75	4,00	3,0000	0,15	0
20	16,496	0,8904	4,00	3,5616	0,15	62,98
40	35,248	0,9756	4,00	3,9024	0,15	134,99
60	55,152	1,0056	4,00	4,0224	0,15	211,61
80	75,104	0,9804	4,00	3,9216	0,15	288,42
10	94,000	0,9000	4,00	3,6000	0,15	361,001
120	110,736	0,7644	4,00	3.0576	0,15	424,94
14	124,208	0,5736	4,00	2.2944	0,15	475,83
160	133,312	0,3276	4,00	1.3104	0,15	509,25
180	136,944	0,0264	4,00	0,1056	0,15	520,78
200	134,376	-0,3300	4,00	-1,3200	0,15	506,00
220	123,376	-0,7416	4,00	-2,9664	0,15	460,50
240	103,968	-1,2084	4,00	-4,8336	0,15	397,87

Keuntungan maksimum dicapai pada level aplikasi pupuk N 180 pound per acre, pendapatan yang diperoleh dari penambahan per unit pupuk N (VMP x) adalah 0,1056 (unit moneter) dengan alokasi biaya per unit sebesar 0,15. Temuan ini menyatakan bahwa unit Nitrogen terakhir yang digunakan memberikan penerimaan kurang dari biaya yang dialokasikan untuk membelinya. Level penggunaan nitrogen yang memaksimalkan keuntungan adalah kurang dari 180 pound per acre. Bila input produksi tidak gratis (bukan pupuk bersubsidi), maka level penggunaan input yang memaksimalkan keuntungan umumnya kurang dari level input yang memaksimalkan fungsi produksi. Selisih ini biasanya tidak besar. Pada kasus contoh di atas untuk menutup tambahan biaya pupuk nitrogen yang dikeluarkan diperlukan tambahan pendapatan dari hasil panen jagung sebesar 0,15 unit harga. Jika jagung dijual seharga 4,00 unit harga per bu (*bushel*), maka tambahan produk jagung yang diperoleh dari tambahan penggunaan pupuk N adalah 0,15/4,00=0,035 bu.

Selisih antara level nitrogen yang diperlukan untuk memaksimalkan keuntungan dibandingkan dengan jumlah pupuk N yang diperlukan untuk memaksimalkan output dan pendapatan total tidaklah besar. Jika pupuk disubsidi penuh, selisih ini sama dengan nol. Dengan demikian, bila harga pupuk N maka level pupuk N yang diperlukan untuk memaksimalkan keuntungan akan dikurangi. Sebagai contoh, jika pupuk N dijual seharga 1,00 unit harga, maka aplikasi pupuk N terakhir yang diberikan harus mampu memproduksi 0,25 bu jagung pada harga jual 4,00 per bu. Secara umum, selisih antara titik yang menunjukkan keuntungan maksimum dan titik yang menunjukkan pendapatan maksimum akan menjadi semakin penting bila harga input meningkat.

Pada saat harga pupuk sangat rendah, petani hanya harus mengalokasikan sedikit biaya pada level pemupukan yang konsisten dengan aplikasi anjuran untuk memperoleh hasil maksimal, dan pengaruh level pemakaian pupuk terhadap pendapatan tidak signifikan. Namun apabila harga pupuk N menjadi mahal, petani harus berhati-hati memberikan aplikasi level pupuk agar tetap memperoleh keuntungan maksimal. Analisis serupa juga dapat diterapkan pada penggunaan jenis input pertanian lainnya.

Profit per luas tanam jagung dalam kasus di atas tampak tinggi, tetapi harus diingat bahwa data produksi tersebut menjelaskan respon jagung pada aplikasi pupuk N dengan mengasumsikan input lain tersedia dalam harga konstan. Dengan demikian biaya per luas lahan dari aplikasi pupuk N dapat dihitung. Misalnya 450 unit harga per acre. Nilai ini diperoleh dengan membagi setiap nilai pada kolom keuntungan.

3.6. Menghitung Tingkatan Penggunaan Input yang Memaksimalkan Output dan Keuntungan

Level input yang diperlukan untuk memaksimalkan output (y) dapat dihitung dengan prosedur matematis sebagaimana dijelaskan berikut ini. Pada maksimalisasi output, fungsi MPP harus sama dengan nol. Artinya, unit input terakir yang diaplikasikan tidak memberikan output tambahan atau dengan kata lain tidak mengubah level output. MPP=dy/dx=0 pada titik maksimalisasi output.

Misal fungsi produksi:
$y=2x$……………….(3.12.)
MPP=dy/dx=2 (tidak sama dengan nol)
MPP selalu sama dengan 2 dan karena 2 tidak sama dengan nol maka fungsi produksi tidak memiliki nilai maksimum. Jadi bentuk umum fungsi produksi $y=bx$ (3.14.) bila diturunkan : MPP=dy/dx=b tidak selalu b=0…………….. (3.15.)

Jika b sama dengan nol, berapapun jumlah x digunakan tidak menghasilkan y. Untuk nilai b positip, fungsi tidak memiliki nilai maksimum.

Bila fungsi diubah menjadi $y=x^{0,5}$………(3.16.)
MPP=dy/dx=$0,5x^{-0,5}$………..(3.17.)

Satu-satunya nilai untuk x adalah 0 agar MPP sama dengan nol. Jenis fungsi ini juga tidak memiliki nilai maksimum. Secara umum, bentuk fungsi $y=ax^b$……(3.18.) di mana a dan b adalah angka positip, tidak memiliki titik maksimum.

Jenis fungsi lain adalah $y=10+8x-2x^2$………(3.19)
$dy/dx=8-4x=0$……………..(3.20)
$4x=8$………………………..(3.21.)
$x=2$………………………….(3.22.)

Persamaan (3.19.) memiliki titik maksimum pada x=2. Umumnya bentuk fungsi produksi adalah sebagai berikut:
$y=a+bx=cx^2$ ………..(3.23.)
Di mana :

$a \geq 0$
$a > 0$
$a < 0$

Fungsi tersebut memiliki nilai maksimum pada level x positip.

Level input yang memaksimalkan output pada fungsi produksi:
$y=0,75+0,0042x^2-0,000023x^3$………….(3.24.) adalah

Pertama, fungsi 3.24. diturunkan untuk mencari MPP
MPP=dy/dx=0,75+0,0084x-0,000069x^2 =0 ………….(3.25.)

Selanjutnya dengan mengambil bentuk umum aljabar polinomial di bawah ini:
Y=ax^2+bx+c ………………(3.26.)
Diperoleh dua solusi yaitu
$x = \left(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}\right)/2a$....................(3.27)

Untuk fungsi produksi pada persamaan 3.24. a=0,000069;b=0,0084 dan c=0,75. Salah satu solusi menghasilkan nilai x yang negatif, dan oleh karena berdasarkan prinsip ekonomi hal ini tidak mungkin, maka solusi ini tidak digunakan. Nilai solusi kedua untuk x yang memaksimalkan y adalah 181,169 unit x (nilai ini sedikit lebih besar dari 180 di mana MPP adalah 0,0264).

Jumlah pupuk N yang diperlukan untuk memaksimalkan produksi jagung dapat dihitung dengan cara yang sama. Beberapa fungsi produksi mungkin tidak memiliki nilai output maksimum namun memiliki solusi maksimalisasi keuntungan. Keuntungan dapat maksimum atau minimum, pada kedua kondisi ekstrim ini slope fungsi keuntungan harus sama dengan nol.

Nilai produk total (TVP) sama dengan: TVP =p^0y ……(3.28.)
Di mana :
p^0= 4 unit moneter per bu
y = produksi jagung (bu per acre)

Hubungan antara produksi jagung dan penggunaan nitrogen dapat diketahui dari fungsi produksi sebagai berikut:
y=f(x) ……………………….(3.29.)
di mana x adalah jumlah pupuk N yang diaplikasikan, dengan demikian:
TVP=p^0f(x)………………………….(3.30.)
Total biaya input (TFC)=v^0x……………………(3.31.)
Di mana v^0= 0,15 unit harga per pound pupuk N.

Fungsi profit adalah :
π= TVP-TFC ……………………………………..(3.32.)
π= (4,00)f(x)-0,15x………………………………….(3.33.)

Untuk mencari nilai maksimum atau minimum fungsi keuntungan, perlu ditempatkan titik-titik pada fungsi keuntungan yang berslope nol. Jika slope fungsi sama dengan nol, maka turunan pertama juga sama dengan nol, sebab turunan pertama setiap fungsi adalah persamaan yang merepresentasikan slope fungsi tersebut. Oleh karena itu untuk mencari lokus titik-titik tersebut turunan pertama fungsi keuntungan disetarakan dengan nol.

dπ/dx=400(df/dx)-0,15=0 ………………………. (3.34.)
atau 4,00 (df/dx)=0,15 ……………………………(3.35.)

Nilai sisi kiri persamaan 3.35 adalah p^0MPP. Harga dari produk dikalikan jumlah tambahan unit produksi untuk memperoleh VMP. Sedangkan nilai sisi kanan persamaan adalah MFC. Kesimpulan yang diperoleh dari perhitungan di atas sama dengan perhitungan data tabulasi. Profit dapat dimaksimalkan pada titik di mana slope TVP=slope TFC atau VMP=MRC. Beberapa contoh di bawah ini merupakan ilustrasi tematik yang relevan dengan beberapa spesifikasi fungsi produksi.

Misal f(x)=bx, di mana b adalah bilangan positip. Maka fungsi produksi adalah:
y=bx ……..(3.36)
TVP=p^0bx……………..(3.37.)
TFC=v^0x
Profit= π=TVP-TFC=p^0bx-v^0x …………………..(3.38.)

Jika profit maksimal, slope fungsi keuntungan harus sama dengan nol :
$d\pi/dx = p^0 b - v^0 = 0$ …………………………(3.39)
Atau $p^b = v^0$ …………………………………..(3.40)

p^0,v^0 dan b semuanya konstan. Bila nilai p^0b tidak sama dengan v^0, maka posisi maksimalisasi profit tidak dapat dicari. Nilai untuk p^0b merupakan penerimaan dari tambahan unit x seharga v^0. Bila p^0b lebih besar dari v^0, profit dapat ditingkatkan dengan menambah penggunaan x dalam jumlah lebih banyak. Jika p^0b kurang dari v^0 tambahan peningkatan penggunaan x tidak dapat menutup tambahan biaya yang harus dikeluarkan. Pada kondisi demikian petani produsen lebih baik menghentikan proses produksi. Jika p^0b=v^0, maka posisi ini sesuai untuk setiap level pemakaian input, sebab VMP konstan dan bukan merupakan fungsi dari x. VMP sama dengan MRC di manapun dan petani tak tertarik untuk merespon level produksi.

Selanjutnya pertimbangkan kasus di mana fungsi produksi ditetapkan sebagai berikut:
y=ax^b………………………………(3.41)
Fungsi profit yang relevan dengan fungsi produksi di atas adalah:
Profit=$\pi = p^0 ax^b - v^0 x$
Maksimalisasi keuntungan:
$\partial\pi/\partial x = bp^0 ax^{b-1} - v^0 = 0$.......................................(3.42.)
Apabila b>1, setiap unit tambahan x akan memproduksi lebih banyak tambahan output (y). Jadi MPP meningkat, sebagai akibatnya VMP juga semakin besar. Dengan demikian semakin banyak input yang digunakan petani, semakin banyak tambahan penerimaan yang diperoleh . Oleh karena itu petani akan memperoleh profit maksimal dengan terus menambahkan penggunaan input.

Bila 0<b<1, MPP akan menurun sebanding dengan penambahan penggunaan input x. Jumlah penggunaan input yang memaksimalkan keuntungan dapat dicari dengan menyelesaikan persamaan sebagai berikut:

$bp^0 ax^{b-1} = v^0$...(3.43.)
$x^{b-1} = v^0 / (bp^0 a)$.....................................(3.44.)
$x = \left[v^0 / (bp^0 a)\right]^{1/(b-1)}$................................(3.45.)

Sebagai contoh jika b=0,5 maka 1/(b-1)=-2 dan x=$[(0,5p^0a)/v^0]^2$. Jika positip dan b positip tapi kurang dari 1 maka dengan harga input dan output konstan, akan terdapat level penggunaan input terbatas yang memaksimalkan profit. Hal ini benar meski faktanya fungsi produksi tidak memiliki nilai maksimum.

Kembali pada kasus fungsi produksi neoklasik polinomial (persamaan 3.10.) sebagaimana telah dijelaskan terdahulu untuk mengilustrasikan respon panen jagung pada pupuk N,dari persamaan 3.10. juga dimungkinkan untuk menetapkan jumlah pupuk N yang diperlukan untuk memaksimalkan keuntungan secara spesifik.
$y = 0{,}75x + 0{,}0042x^2 - 0{,}000023x^3$................................(3.46.)
$\text{profit} = \pi = \mathrm{p}^0(0{,}75x + 0{,}0042x^2 - 0{,}000023x^3) - v^0 = 0$.......................(3.47.)

$\partial\Pi/\ \partial x = p^0(0{,}75 + 0{,}0084x - 0{,}000069x^2) - v^0 = 0$..................................(3.48.)

Berikutnya misalkan p^0= 4 unit harga ($) dan v^0=0,15. Turunan pertama persamaan profit (persamaan 3.47) dapat ditulis sebagai berikut:

$4{,}00(0{,}75 + 0{,}0084x - 0{,}000069x^2) = 0{,}15$

Atau $3 + 0{,}006x - 0{,}000276x^2 = 0{,}15$....................(3.49)

$2{,}85 + 0{,}0336x - 0{,}000276x^2 = 0$

Dengan menggunakan rumus penyelesaian persamaan polinomial:

$x = \left[-0{,}0336 \pm \sqrt{0{,}0336^2 - 4(-0{,}000276)(2{,}85)}\right] / [2(-0{,}000276)]$

$x = 179{,}322$ pound pupuk N per acre untuk memaksimalkan profit …….(3.50.)

(hanya digunakan solusi x yang bernilai positip)

Untuk memastikan nilai profit maksimal dan bukan minimal, biasanya digunakan uji penurunan kedua *(second order condition)*. Turunan pertama fungsi produksi (MPP) diturunkan lagi untuk memperoleh turunan orde kedua.

$\partial\pi / \partial x = 2{,}85 + 0{,}0336x - 0{,}000276x^2$.......................(3.51.)

$\partial^2\pi / \partial x^2 = 0{,}0336 - 0{,}000552x$...........................(3.52)

Jika x=179,332 nilai turunan kedua adalah

$0{,}0336 - 0{,}000552(179{,}322) = -0{,}0653857$ …………….(3.53)

Bilangan negatip menunjukkan bahwa keuntungan maksimum, bilangan positip mengimplikasikan titik minimalisasi keuntungan.

3.7. Kondisi Umum Maksimalisasi Keuntungan

Berikut ini adalah rumus matematis maksimalisasi keuntungan. Nilai total fungsi produksi adalah:

r=b(x) atau r=TVP ……………………………………….(3.54.)

Fungsi biaya adalah : c=g(x) atau c=TFC …………….(3.55)

Profit didefinisikan sebagai: $\pi = r - c$ atau $\pi = b(x) - g(x)$ atau $\pi = TVP - TFC$ ……(3.56)

Turunan pertama maksimalisasi profit mensyaratkan:

$\frac{d\pi}{dx} = b'(x) - g'(x) = 0$...........(3.57)

$\frac{d\pi}{dx} = \frac{dr}{dx} - \frac{dc}{dx} = 0$.................(3.58)

$\frac{d\pi}{dx} = \frac{dTVP}{dx} - \frac{dTFC}{dx} = 0$.........(3.59)

$\frac{d\pi}{dx} = VMP - MFC = 0$.............(3.60)

$VMP = MFC$............................(3.61)

$VMP / MFC = 1$........................(3.62)

Pengujian derivasi kedua fungsi keuntungan sering digunakan untuk membuktikan bahwa profit pada titik tertentu maksimum, dan tidak minimum. Formulasi turunan kedua adalah sebagai berikut:

$$d^2\pi = b''(x) - g''(x) < 0 \text{..........}(3.63)$$

$$b''(x) < g''(x) \text{...........................}(3.64)$$

$$d^2TVP/dx^2 < d^2TFC/dx^2 \text{..........}(3.65)$$

$$dVMP/dx < dMFC/dx \text{................}(3.66)$$

Slope VMP/dx harus lebih kecil dari slope MFC. Kondisi ini terpenuhi jika slope VMP berslope negatif sedangkan MFC konstan.

3.8. Syarat Keharusan dan Syarat Kecukupan

Syarat keharusan dan syarat kecukupan digunakan untuk menjelaskan kondisi yang berkaitan dengan maksimalisasi atau minimalisasi suatu fungsi. Konsep ini memiliki arti penting. Terminologi 'keharusan' berarti kondisi tersebut harus dipenuhi agar fungsi bisa dimaksimalkan. Syarat keharusan pada persamaan 3.59 sampai 3.66 adalah slope fungsi profit harus sama dengan nol jika fungsi tersebut maksimal. Akan tetapi, jika slope fungsi profit sama dengan nol, fungsi profit sekaligus memiliki nilai minimum. Pada kondisi ini diperlukan syarat kecukupan untuk menjamin maksimalisasi profit. Syarat kecukupan tersebut menyatakan bahwa turunan kedua fungsi profit adalah negatif. Bila syarat kecukupan terpenuhi maka maksimalisasi fungsi profit dapat dipastikan.

3.9. Tiga Tahap Fungsi Produksi Neoklasik

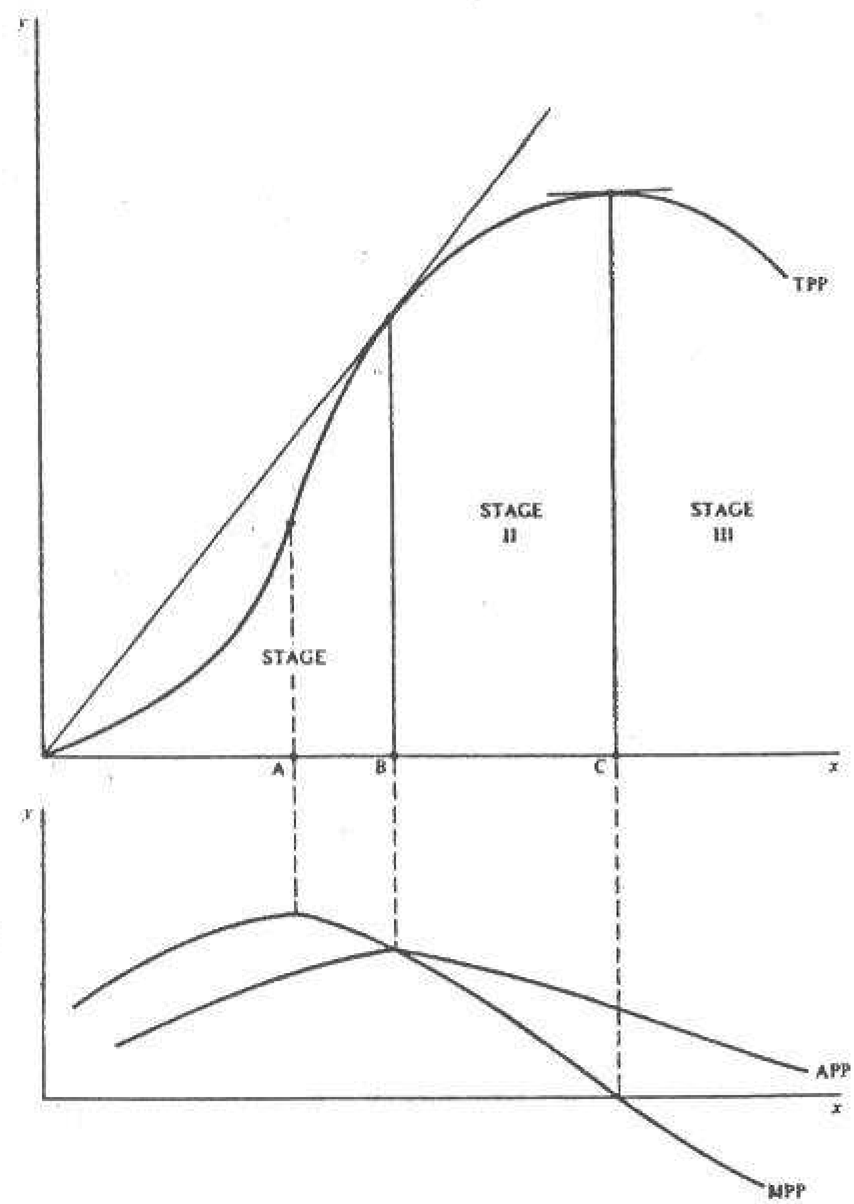
Fungsi produksi neoklasik sebagaimana dijelaskan pada bab 2 dapat dikategorikan menjadi tiga wilayah tahapan produksi (gambar 3.3) yang biasanya dinotasikan dengan angka Romawi I,II dan III. Daerah I dan III dikenal sebagai daerah irasional. Diistilahkan demikian sebab daerah produksi I dan III merepresentasikan level penggunaan input produksi yang tidak memaksimalkan keuntungan usahatani. Petani yang orientasi perilaku produksinya tidak merujuk pada konsep maksimalisasi keuntungan digolongkan sebagai petani yang tidak rasional.

Daerah produksi II, seringkali diistilahkan sebagai daerah produksi yang ekonomis atau tahapan produksi rasional. Terminologi ini merepresentasikan perilaku petani yang rasional, dan selalu berusaha memaksimalkan keuntungan usahataninya.

Tahap I fungsi produksi neoklasik penggunaan input mulai dari 0 unit sampai level utilisasi input di mana MPP=APP. Daerah produksi II dimulai dari utilisasi input pada level di mana MPP=APP sampai mencapai titik di mana fungsi produksi mencapai maksimum dan MPP sama dengan nol. Daerah produksi III dimulai dari titik maksimum fungsi TPP hingga MPP mencapai besaran negatif.

Daerah produksi juga menjelaskan nilai elastisitas produksi. Untuk fungsi produksi neoklasik, seiring dengan meningkatnya level penggunaan input, nilai elastisitas produksi (Ep) juga berubah, sebab elastisitas produksi merupakan rasio MPP dan APP. Dengan kata lain, nilai elastisitas produksi juga dapat digunakan untuk mengidentifikasi tahapan produksi. Bila Ep lebih besar dari 1 maka MPP juga lebih besar dari APP, posisi kurva MPP di atas kurva APP terjadi pada tahap produksi I. Daerah produksi I berakhir dan daerah produksi II dimulai pada titik di mana Ep=1 dan MPP=APP. Tahap II berakhir dan tahap produksi III dimulai pada titik di mana EP bernilai negatif. Kondisi ini sekaligus menunjukkan bahwa MPP negatif.

Pemahaman mengenai daerah produksi memberikan dasar pertimbangan rasional mengapa petani yang berorientasi pada maksimalisasi profit tidak beroperasi pada daerah produksi III (setelah titik C pada gambar 3.3.). Sama sekali tidak masuk akal bila petani terus menambahkan input sementara output justru berkurang. Walaupun semisal pupuk disubsidi penuh oleh pemerintah, petani yang rasional tidak akan menambahkan aplikasi pupuk setelah titik maksimum fungsi produksi tercapai, sebab output dapat meningkat dan biaya dapat ditekan justru dengan mengurangi level penggunaan pupuk. Dengan kata lain, pengurangan penggunaan pupuk akan menggeser daerah produksi III ke daerah produksi II yang rasional.



Gambar 3.3. Tahapan Produksi Fungsi Produksi Neoklasik

Pilihan petani untuk tidak beroperasi di sepanjang garis OA pada gambar 3.3. atau bagian pertama daerah produksi I juga dapat dipahami. Jika harga output diasumsikan konstan, dan tersedia cukup modal usahatani untuk membeli input x (pupuk) maka pada daerah tersebut, produk marginal dari input terus meningkat. *Trend* produksi belum memperlihatkan kecenderungan *diminishing marginal returns.* Jadi petani masih dapat terus menambah pemakaian pupuk dan bergeser ke daerah produksi II.

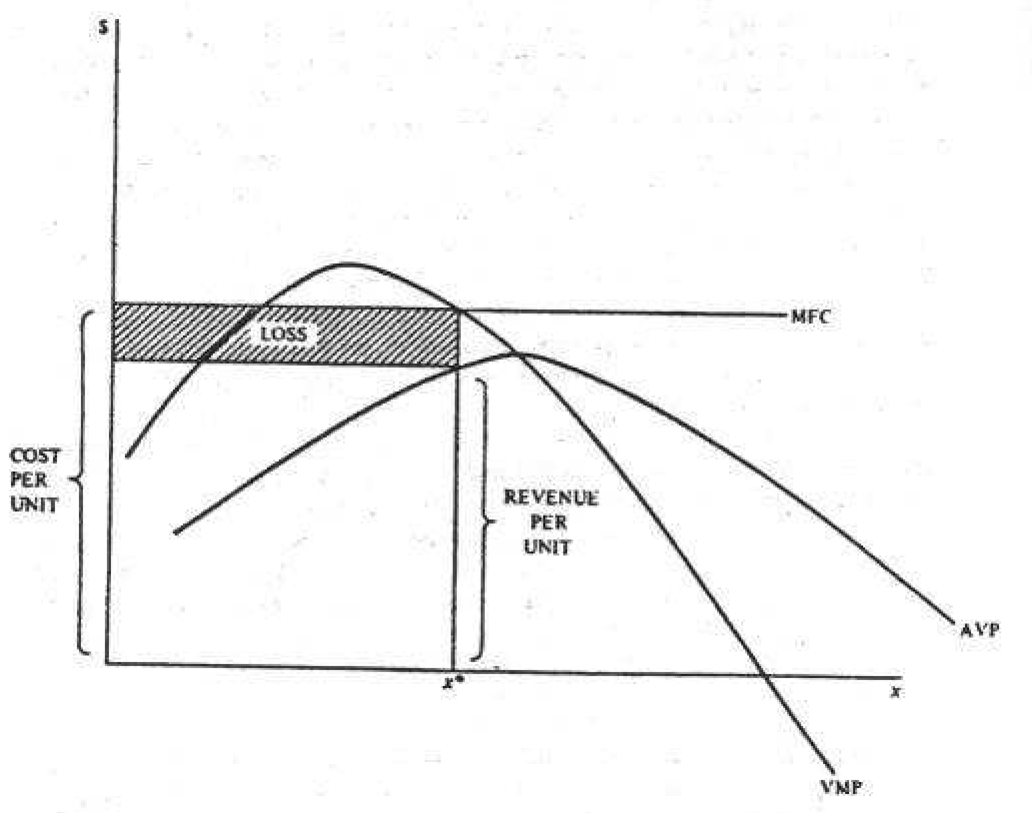
Mungkin cukup sulit untuk memahami mengapa petani tidak memilih beroperasi pada bagian kedua tahapan pertama fungsi produksi di mana MPP menurun tetapi APP meningkat (garis

AB, gambar 3.3.). Dengan menggunakan formula AVP=p°APP=p°y/x…..(3.67), maka nilai produk total (TVP) dapat dihitung dengan formula: TVP=xAVP=xp°y/x=p°TPP ……. (3.68).

Pada gambar 3.4. dengan menggambar garis vertikal dari koordinat penggunaan input x*, memotong kurva AVP, dapat ditunjukkan tingkat penerimaan rata-rata yang dapat diperoleh dari penjualan output per unit x yang digunakan (asumsi harga output tetap). Selanjutnya dengan menggambar garis horisontal dari kurva AVP sampai ke aksis vertikal dapat diketahui beberapa hal penting. Pertama, panjang dari garis horisontal tersebut menunjukkan jumlah input x yang digunakan yaitu x*. Kedua, segiempat polos adalah TVP untuk x=x*, sebab panjang segiempat tersebut sama dengan x* dan lebarnya adalah AVP.

Dengan menggambarkan garis dari x* ke MFC, dapat dibentuk segiempat berarsir di atas segiempat polos. Bila harga input diasumsikan konstan v° =MFC, maka v° sama dengan biaya rata-rata per unit input x atau TFC=v°x dan AFC=(v°/x)/x=v°=dTFC/dx=MFC. TFC pada x=x* sama dengan daerah segiempat berarsir. Dari gambar 3.4. dapat diperoleh pemahaman tentang persamaan profit sebagai berikut: $\pi = \text{TVP - TFC..................(3.69)}$.

Sebagaimana telah diuraikan di atas, pada gambar 3.4. segiempat polos adalah TVP sedangkan segiempat berarsir merupakan TFC. Misalkan harga input berubah menjadi lebih murah dari nilai maksimum VMP namun lebih tinggi dari nilai maksimum AVP. Kondisi ini mewakili bagian kedua tahapan produksi I. Petani menyamakan besaran VMP dan MFC dan mencari level penggunaan input x yang memaksimalkan keuntungan usahatani mereka. Tetapi karena AVP kurang dari VMP, maka segiempat polos yang menunjukkan TVP akan lebih kecil dari segiempat berarsir yang menunjukkan TFC. Hal ini mengimplikasikan bahwa $\pi = TVP - TFC < 0$...................(3.70.)



Gambar 3.4. Jika VMP lebih besar dari AVP maka Petani tidak mau beroperasi

TVP<TFC terjadi pada sembarang titik pada tahapan produksi I. Petani akan mengalami kerugian bila tetap berproduksi pada daerah I. Jika harga input lebih tinggi dari AVP maksimum, maka tambahan penggunaan input tak dapat memberikan tambahan output yang cukup besar untuk menutup biaya tambahan yang dikeluarkan. Pada situasi semacam ini, pilihan yang paling rasional adalah tidak menggunakan input x (pupuk). Situasi ini akan dapat diatasi bila: 1. harga input menurun hingga di bawah APP maksimum; 2. harga output meningkat sehingga AVP juga meningkat. Teknologi baru juga dapat menyebabkan meningkatnya APP yang berdampak pada meningkatnya AVP.

Jika MFC berada di bawah AVP, pada daerah produksi I, petani masih dapat terus meningkatkan profit usahatani dengan menambah jumlah pemakaian input.Akan tetapi, petani mungkin tidak selalu memperoleh modal tambahan untuk membeli input yang diperlukan. Jadi dalam realitas usahatani, mungkin saja petani beroperasi pada daerah I bila ia tidak memiliki modal usahatani yang cukup besar untuk membeli sarana produksi yang diperlukan.

Level penggunaan input yang memaksimalkan keuntungan sebagaimana dijelaskan di atas, tercapai pada daerah produksi II. Pada tahapan ini, penerimaan usahatani lebih besar dari biaya yang dikeluarkan . Satu-satunya alasan yang rasional mengapa petani beroperasi pada daerah produksi I adalah kendala modal usahatani. Namun petani tak akan beroperasi pada daerah III sebab mereka mengetahui penambahan penggunaan input setelah titik produksi maksimum tercapai justru akan membuat mereka merugi.

3.10. Aplikasi Konsep Daerah Produksi

Salah satu penyebab popularitas fungsi produksi neoklasik adalah kemampuan konsep ini menjelaskan tiga daerah produksi.

Fungsi produksi sederhana dimulai dari persamaan y=bx………….(3.71)

Sebagaimana telah diuraikan pada bab-bab sebelumnya, MPP(dy/dx) untuk fungsi 3.71 adalah b, sehingga APP(y/x) sama dengan b. Elastisitas produksi MPP/APP adalah b yang besarnya sama dengan 1. Hal ini mengimplikasikan bahwa fungsi 3.71 tidak memiliki tahapan yang teridentifikasi. Itulah sebabnya persamaan sederhana semacam itu tidak populer.

Bentuk fungsi produksi lainnya adalah fungsi produksi yang berslope konstan. Fungsi produksi sejenis ini memiliki kurva VMP dan kurva MFC yang horisontal, dengan posisi VMP di atas MFC. Pada level penggunaan input tertenu, daerah di bawah VMP akan menunjukkan penerimaan dan daerah di bawah MFC menunjukkan besarnya biaya. Daerah yang tidak berimpit sama menunjukkan besarnya profit usahatani yang diperoleh. Jika py kurang dari bx, penerimaan tidak akan mampu menutup biaya yang telah dikeluarkan, sehingga petani akan memilih tidak berproduksi. Jika py=bx, apakah petani akan berproduksi atau tidak, kondisinya akan sama (impas).

Selanjutnya, semisal nilai elastisitas produksi adalah 0,5. Artinya, MPP/APP = 0,5, atau petani beroperasi pada tahap produksi II. Perhatikan bahwa nilai elastisitas produksi dari fungsi produksi neoklasik menurun dari 1 (pada daerah produksi I) ke nol (akhir daerah produksi II) dan negatif (pada daerah produksi III).

3.11. Nilai Terhitung untuk Penambahan Satu Unit Input

Agar profit maksimum, syarat keharusan yang harus dipenuhi adalah bahwa slope fungsi TVP sama dengan slope fungsi TFC. Atau dengan formulasi matematika dapat dituliskan sebagai berikut:\

VMP=MFC=v° ……………(3.73.)
p°MPP=MFC=v°…………..(3.74.)
p°dTPP/dx=dTFC/dx………(3.75.) atau
p°dy/dx=v°………………….(3.76.)

Persamaan (3.73.) sampai (3.76.) menjelaskan tentang syarat keharusan maksimalisasi profit (syarat keharusan menunjukkan kondisi di mana VMP=MFC dan kurva VMP berpotongan dengan kurva MFC dari atas).

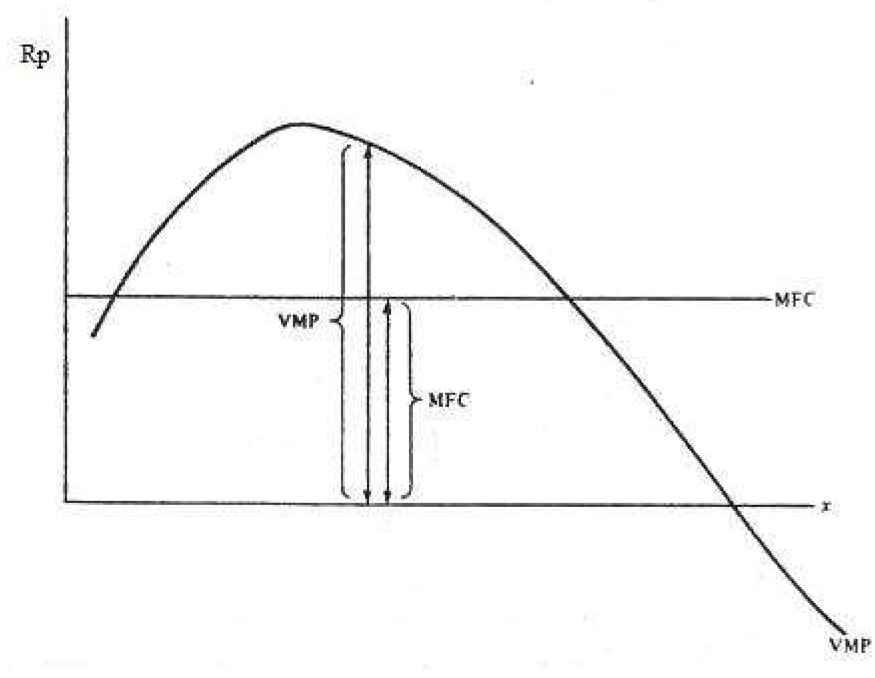
Cara lain untuk menjelaskan hubungan VMP=MFC adalah bahwa VMP/MFC=1…….(3.77.)

VMP adalah penerimaan yang diperoleh dari penambahan satu unit input x. MFC adalah biaya dari penambahan satu unit input x. Persamaan VMP=MFC adalah aturan pengambilan keputusan yang menginformasikan kepada petani seberapa banyak input harus dibeli agar profit maksimal. Aturan pengambilan keputusan ini menyatakan bahwa penggunaan input harus ditingkatkan sampai nilai rupiah terakhir yang dialokasikan untuk membeli input dapat menutup biaya tambahan yang telah dikeluarkan.

Misalkan VMP/MFC=3 …………..(3.78)
Persamaan (3.78) menyatakan bahwa nilai kontribusi rupiah terakhir yang dialokasikan untuk membeli input adalah 3 kali biayanya.Jadi seandainya petani mengalokasikan Rp 1,- untuk membeli pupuk maka penerimaan yang akan diterimanya dari Rp 1,- tersebut adalah Rp 3,-. Besaran ini diistilahkan sebagai *imputed value* atau nilai implisit.

Hal penting yang harus diingat dari ilustrasi konseptual di atas adalah bahwa maksimalisasi profit dapat dihitung dari persamaan VMP=MFC.

Berikut dimisalkan VMP/MFC=0,5 ………………..(3.79)



Gambar 3.5. Hubungan antara VMP dan MFC

Persamaan (3.79) menyatakan bahwa kontribusi nilai rupiah terakhir yang dialokasikan untuk pembelian input terhadap penerimaan usahatani hanya setengah dari besarnya biaya yang telah dikeluarkan. Meskipun masih di daerah produksi II tampaknya kondisi di atas terjadi di sebelah kanan koordinat utilisasi input yang memaksimalkan profit. Penerimaan dari penjualan output yang diproduksi dari unit input terakhir hanya dapat menutup 50 persen biaya atau harga input. MPP input biasanya meningkat bila penggunaan input dikurangi, ini disebabkan meningkatnya MPP berarti bertambahnya VMP dari input.

Semisal VMP/MFC=0 ……………….(3.80.)
Maka dengan mengasumsikan harga positip dan konstan baik untuk input maupun output, MPP akan sama dengan nol dan unit input terakhir tak menambah penerimaan. Ini terjadi pada titik produksi maksimum (TPP atau TVP) yang membatasi daerah II dan III.

Sekarang misalnya VMP/MFC=-5 …………………(3.81.)
Dengan mengasumsikan harga input dan output positip dan konstan, maka MPP akan bernilai negatip. Ini terjadi pada daerah produksi III. Pada kasus semacam ini, nilai uang yang dialokasikan untuk unit terakhir input produksi akan menyebabkan kerugian sebesar Rp5,- dan tentu saja petani tidak bersedia melakukannya.

Nilai terhitung *(implicit worth* atau *imputed value)* dari input atau faktor produksi juga diistilahkan sebagai *shadow price* input. Diistilahkan sebagai harga bayangan *(shadow cost)* karena bukan merupakan harga yang harus dibayar oleh petani untuk pembelian input yang bersangkutan namun menunjuk pada nilai uang tersebut bila dialokasikan untuk tujuan-tujuan investasi alternatif. Harga bayangan atau nilai terhitung input diilustrasikan secara diagramatis pada gambar 3.5. VMP merepresentasikan nilai input, MFC adalah harga atau biaya per unit input. Harga bayangan adalah rasio nilai/harga. Jika MFC dan harga produk konstan, maka harga bayangan mula-mula akan meningkat hingga MPP mencapai maksimum dan kemudian menurun. Harga bayangan sama dengan 1, jika MPP dan VMP memotong MFC dan sama dengan nol bila MPP memotong aksis horisontal.

3.12. Kesimpulan

Kondisi maksimalisasi keuntungan untuk model input output tercapai bila syarat keharusan dan kecukupan dapat terpenuhi. Syarat keharusan untuk maksimalisasi keuntungan adalah fungsi profit sama dengan nol. Syarat kecukupan maksimalisasi keuntungan ditetapkan dengan mencari titik pada fungsi profit di mana turunan pertama fungsi produksi sama dengan nol. Syarat kecukupan ini menjamin maksimalisasi profit sebab turunan pertama fungsi keuntungan sama dengan nol dan turunan keduanya bernilai negatif.

Level penggunaan input yang memaksimalkan keuntungan dapat dicari dengan menyamakan VMP input dengan MFC, di bawah asumsi persaingan sempurna yaitu harga input dan output konstan. Slope dari nilai total kurva produk akan sama dengan slop kurva biaya input total. VMP adalah slope dari nilai total kurva produk, dengan asumsi harga output konstan. Dengan asumsi yang sama, slope kurva biaya total input adalah MFC.

Petani akan memaksimalkan profit dengan beroperasi di daerah produksi II, sebab pada daerah I penggunaan input belum maksimal *(underutilization of input)* sementara pada daerah ke III terjadi over utilisasi input.

Soal Latihan

1. Misalkan output dijual seharga Rp 5,- (dalam ratusan ribu), dan input dijual seharga Rp 4,- Isilah tabel berikut ini:

X (input)	Y (output)	VMP	AVP
0	0		…………………..
10	50	…………………..	…………………..
25	75	………………….	…………………..
40	80	…………………..	…………………..
50	85	…………………..	…………………..

2. Pada soal nomor 1 apa yang terjadi pada level penggunaan input yang memaksimalkan keuntungan? Verifikasikan dengan menghitung TVP dan TFC pada tiap level penggunaan input sebagaimana ditunjukkan dalam tabel.

3. Misalkan fungsi produksi adalah $y = 2x^{0,5}$ dan harga x = Rp 3 dan harga y = Rp 4. Turunkan fungsi VPM dan AVP. Apakah MFC? Selesaikan persamaan untuk level penggunaan input yang memaksimalkan keuntungan.

4. Jika harga input konstan, slope fungsi biaya input total juga akan konstan. Benar atau salahkah pernyataan tersebut. Jelaskan!

5. Bila fungsi biaya input total (TFC) dan nilai total fungsi produk (TVP) paralel satu sama lain, profit akan maksimal. Benar atau salahkan pernyataan tersebut? Jelaskan !

6. Misalkan produksi jagung dijual seharga Rp 4 per ikat dan pupuk N dijual seharga Rp.0,20 per pound. Berapa aplikasi pupuk N yang memaksimalkan keuntungan?

7. Jelaskan konsep syarat keharusan dan syarat kecukupan dalam konteks maksimalisasi profit usahatani, misalkan usahaternak susu sapi perah!

8. Apakah harga bayangan dari pakan ternak berbeda dengan harga yang dibayarkan petani untuk membeli pakan ternak tersebut? Jelaskan! Seberapa pentingkah konsep *shadow price* bagi petani untuk memaksimalkan keuntungan usahatani atau usahaternaknya?

9. Jelaskan konsekuensinya bila fungsi produksi susu sapi perah milik petani merupakan fungsi produksi yang linier terhadap pangan ternak!