EKONOMI PRODUKSI

Kode PTE-4103

PERTEMUAN KEENAM: MAKSIMISASI 2 INPUT

6

Rini Dwiastuti
2007

Sub-pokok Bahasan

1. Introduction
2. The Maximum of a Function
3. Maximizing a Profit Function with Two Input
4. A Comparison with Output (Yield)-
   Maximization Criteria

Referensi:
Debertin (1986): Chapter 6

1. Introduction

- Isoquant menghubungkan seluruh titik² produksi kuantitas produksi yg sama → berbagai kombinasi input yg berbeda akan menghasilkan jml output yg sama

- Isoquant tdk pernah saling berpotongan → berimplikasi bhw kombinasi 2 input yang sama dapat menghasilkan 2 tingkat output yg berbeda

2. The Maximum of a Function

Problem:

menemukan kombinasi input x_1 & x_2 yg menghasilkan output max.

(dr fungsi produksi 2 kombinasi input → u/ menemukan titik puncak bukit atau titik bukit dg ketinggian tertinggi)

Dua kondisi yg perlu diperiksa:

1. Mempunyai slope (kemiringan) nol → *necessary condition*
2. Titik pd puncak bukit atau pd dasar lembah.
   Pd fungsi berbentuk pelana kuda → slope naik pd kedua ujung & slope turun pd kedua lekukan → perlu pendekatan lain

Fungsi Produksi Umum:

$$y = f(x_1, x_2)$$

First order (*necessary condition*) u/ max output:

$$\partial y/\partial x_1 = 0 \text{ atau } f_1 = 0$$

dan

$$\partial y/\partial x_2 = 0 \text{ atau } f_2 = 0$$

Note:
Persamaan tsb u/ menjamin bhw titik relatif kedua x

The second condition

Kedua persamaan turunan pertama di atas diturunkan secara parsial thp masing^2 x

$$\partial(\partial y/\partial x_1)/\partial x_1 = \partial^2 y/\partial x^2{}_1 = f_{11}$$

$$\partial(\partial y/\partial x_1)/\partial x_2 = \partial^2 y/\partial x_1 \partial x_2 = f_{12}$$

$$\partial(\partial y/\partial x_2)/\partial x_1 = \partial^2 y/\partial x_2 \partial x_1 = f_{21}$$

$$\partial(\partial y/\partial x_2)/\partial x_2 = \partial^2 y/\partial x^2{}_2 = f_{22}$$

Note:
Young theorem menetapkan bhw turunan parsial tdk berbeda & $f_{12} = f_{21}$

The second condition u/ maksimum memerlukan persyaratan:

$$f_{11} < 0$$

dan

$$f_{11}f_{22} > f_{12}f_{21}$$

Selama $f_{12}f_{21}$ adalah non-negative, $f_{11}f_{22}$ harus positif.

$f_{11}f_{22}$ dpt positif hanya jika f_{22} adalah juga negatif.

First & Second-order condition memberikan kondisi syarat perlu & cukup u/ maksimisasi fungsi produksi 2 input mempunyai titik maksimum

Contoh A:

Fs Produksi $y = 10\,x_1 + 10\,x_2 - X^2{}_1 - x^2{}_2$

FOC: $f_1 = 10 - 2x_1 = 0$ $f_2 = 10 - 2x_2 = 0$

$\Rightarrow x_1 = 5$ $\Rightarrow x_2 = 5$

Note:

Titik kritis dr suatu fungsi adalah suatu titik dimana slope (kemiringan) fungsi sama dg nol

$\Rightarrow$ Titik kritis yg terjadi dr contoh di atas adalah: $x_1 = 5$ & $x_2 = 5$. Titik tsb bisa titik maksimum, minimum atau *sadle point*

Untuk maksimum diperlukan kondisi *second order* bhw:

$$f_{11} < 0 \quad \text{dan} \quad f_{11}f_{22} > f_{12}f_{21}$$

Sehingga:

$$f_{11} = -2 < 0$$

$$f_{22} = -2$$

$f_{12} = f_{21} = 0$ selama x_2 tdk muncul pd f_1 atau sebaliknya

Krn itu:

$$f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21} = 4 > 0$$

Necessary & *Sufficient condition* menemukan maksimum pers (6.10) pd $x_1 = 5$ & $x_2 = 5$

3. Maximizing a Profit Function with Two Input

Criteria u/ meksimumkan suatu fs dpt diilustrasikan dg contoh di pertanian menggunakan fs produksi jagung

Fungsi Produksi jagung:

$$\boldsymbol{y = f(x_1, x_2)}$$

Dimana

y = produksi jagung (bushel/acre)
x_1,= pothas (pound/acre)
x_2 = phosphat (pound/acre)

Keputusan yg dihadapi petani: brp banyak penggunaan kedua pupuk u/ mencapai keuntungan maksimum?

Penerimaan Total (*Total Revenue* = TR) atau
Nilai Total Produk (*Total Value of Product = TVP*)

$$\mathrm{TVP} = p\ y$$

Dimana:

p = harga jagung per bushel

y = produksi (bushel/acre)

Total input atau *factor cost* :

$$TFC = v_1 x_1 + v_2 x_2$$

Dimana v_1 & v_2 masing-masing adalah harga pupuk (*cent/pound*)

Fungsi keuntungan:

$$\pi = TVP - TFC$$

Dpt diekspresikan dg pers:

$$\pi = py - v_1x_1 - v_2x_2$$

atau

$$\pi = pf(x_1,x_2) - v_1x_1 - v_2x_2$$

Fungsi keuntungan:

$$\pi = TVP - TFC$$

Dpt diekspresikan dg pers:

$$\pi = py - v_1x_1 - v_2x_2$$

atau

$$\pi = pf(x_1,x_2) - v_1x_1 - v_2x_2$$

FOC:

$$\left.\begin{aligned} \pi_1 &= pf_1 - v_1 = 0 \\ \pi_2 &= pf_2 - v_2 = 0 \end{aligned}\right\}$$

Slope fungsi *TVP* yg berkenaan dg masing^2 input = slope fungsi *TFC*

Slope dua fungsi untuk kedua input ialah:

$$\left.\begin{aligned} pf_1 &= v_1 \\ pf_2 &= v_2 \end{aligned}\right\}$$

Nilai produk marjinal = biaya marjinal

(*Value Marginal Product = Marginal Factor Cost*) → *VMP = MFC*

Jika petani membeli sejumlah dr masing^2 jenis pupuk pd harga pasar → MFC adalah harga pupuk v_1 & v_2

Kondisi tsb berimplikasi bhw pd titik keuntungan maksimum rasio *VMP & MFC* untuk masing^2 input adalah 1

$$\boxed{pf_1/v_1 = pf_2/v_2 = 1}$$

Satu satuan mata uang untuk pembelian terakhir thdp masing^2 input harus menghasilan secara tepat sebesar satu satuan.

Akumulasi kelebihan penerimaan drpd biaya menggambarkan *profit* atau *net revenue* yg diperoleh produsen

FOC saling membagi:

$$pf_1/pf_2 = v_1/v_2$$

p dihapuskan

$$f_1/f_2 = v_1/v_2$$

f_1 adalah *MPP* dr x_1 & f_2 adalah *MPP* dr x_2 → rasio keduanya adalah MRS (tk substitusi marjinal dr x_1 u/ x_2)

Maka pd titik maksimum terjadi:

$$MRSx_1x_2 = v_1/v_2$$

atau

$$dx_2/dx_1 = v_1/v_2$$

SOC juga berperan, diasumsikan harga input adalah tetap (v_1 & v_2)

$$\pi_{11} = pf_{11}$$

$$\pi_{22} = pf_{22}$$

$$\pi_{12} = \pi_{21} = pf_{12} = pf_{21}$$

Dlm bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} pf_{11} & pf_{12} \\ pf_{21} & pf_{22} \end{bmatrix}$$

Untuk maksimum

$$pf_{11} < 0$$

dan

$$pf_{11}pf_{22} - pf_{12}pf_{21} > 0$$

Nilai determinan matriks di atas

Dg harga input tetap, fungsi biaya akan mempunyai slope konstan atau slope MFC akan nol

4. A Comparison with Output (Yield)-Maximization Criteria

Profit max vs yield max.

Jika fungsi Produksi :

$$\boldsymbol{y = f(x_1, x_2)}$$

Maksimum yield terjadi ketika:

$$f_1 = MPPx_1 = 0$$

$$f_2 = MPPx_2 = 0$$

atau $f_1 = f_2 = 0$

SOC u/ maksimum output membutuhkan:

$$f_{11} < 0 \quad \& \quad f_{11}f_{22} > f_{12}f_{21}$$

Ketika *MPP* u/ x_1 & x_2 adalah nol maka:

$$pf_1/v_1 = pf_2/v_2 = 0$$

Pd output maksimum, satu satuan uang (satu Rp) terakhir yg dibelanjakan u/masing^2 input hrs tanpa tambahan output, yield (panen) atau penerimaan

U/ profit maksimum membutuhkan titik dimana:

FOC:

$$pf_1 - v_1 = 0$$

$$pf_2 - v_2 = 0$$

$$pf_1/v_1 = pf_2/v_2 = 1$$

SOC:

$$pf_{11} < 0$$

$$pf_{11}pf_{22} - pf_{11}pf_{22} > 0$$

$$p^2(f_{11}f_{22} - f_{12}pf_{21}) > 0$$

Selama p^2 adalah positif, diperlukan tanda pd SOC adalah sama pd profit maksimum & maksimum yield