EKONOMI PRODUKSI

Kode PTE-4103

PERTEMUAN KETUJUH:
MAKSIMISASI TERKENDALA

7

Rini Dwiastuti
2007

Sub-Pokok Bahasan

1. Introduction
2. The Budget Constraint
3. The Budget Constraint and the Isoquant Map
4. Isoclines and Expansion Path
5. General Expansion Path Conditions
6. Simple Mathematics of Global Profit Max.
7. Constrained Revenue Max.
8. Interpretation of the Lagrangian Multiplier
9. Constrained Output Max.
10. Cost-Minimization Subject to a Revenue Constraint
11. Application: the design of contractual arrangement between land-lords and tenant

1. Introduction

- Bab 6 menentukan output /profit max. tanpa memandang kendala
  → atau pembatasan dlm proses memaksimumkan

- Konsumen membeli produk u/ mencapai utilitas maksimum

  Keputusan konsumen u/ memilih bendel komoditas dihadapkan pd kendala pendapatan → komoditas yg dpt dibeli konsumen hrs berada pd grs anggaran

- Demikian halnya, produsen juga dihadapkan pd kendala; yakni:

Kendala
- → Internal: uang yg tersedia u/ membeli input
- → Eksternal: program pemerintah atau institusi lain

Sasaran kajian:

- Kendala internal pd usaha pertanian membatasi kemampuan petani u/ memperoleh keuntungan maksimum
- Dampak eksternal tertentu thdp pengelolaan usaha pertanian

2. *The Budget Constraint*

- Andaikan petani menggunakan 2 input (x_1 & x_2) u/ menghasilkan output (y)
- Petani tdk leluasa u/ membeli sejumlah input guna memaksimumkan keuntungan
- Kendala anggaran → sejumlah uang yg membatasi pengeluaran untuk membeli input

$$C^o = v_1 x_1 + v_2 x_2$$

Cara penulisan yg lain : $C^o = v_i x_i$ Untuk i = 1,2

Contoh:

Petani mempunyai anggaran $100 u/ belanja input x_1 dg harga $5.00/unit & $3.00/unit u/ input x_2 . Kombinasi input x_1 & x_2 yg dpt dibeli dg anggaran $100 adalah:

Kombinasi	Unit x_1	Unit x_2	Biaya Total
A	20.00	0.00	$100
B	15.00	8.35	$100
C	10.00	16.67	$100
D	8.00	20.00	$100
E	5.00	25.00	$100
F	0.00	33.33	$100

Perhatikan bilangan pecahan pd penggunaan input x_1 → u/ memenuhi kendala angaran secara tepat $100

Bisa dilakukan pd input yg jmlnya dpt dibagi, misalnya berat pupuk, pakan ternak.

Bgm dg traktor atau ternak?

$\Rightarrow$ Model dasar didasarkan pd asumsi bahwa input dpt dibagi

Kombinasi A:
Semua anggaran u/ belanja input $x_1 \Rightarrow$ jml x_1 = $100.00/$5.00 = 20.00 unit

Kombinasi F:
Semua anggaran u/ belanja input $x_2 \Rightarrow$ jml x_2 = $100.00/$3.00 = 33.33 unit

Garis anggaran & *slope*

Garis → menghubungkan dua titik potong pd kedua sumbu (x_1 & x_2)

Slope → pembagian antara panjang sumbu x_2 & x_1

($100/$3.00) : ($100/$5.00) = ($100/$3.00) x ($5.00/$100

= $5.00/$3.00 = 1.76

Slope grs anggaran = rasio harga per unit dr kedua input

$$\boxed{\begin{aligned} \text{Slope} &= (C^o/v_2)\,(v_1/C^o) \\ &= v_1/v_2 \end{aligned}} \Leftarrow \text{The inverse input rasio}$$

Setiap titik sepanjang grs anggaran menjelaskan tk pembayaran/pembiayaan yg sama → *iso-outlay*

Iso-outlay line

Dpt diringkas dg membuat deferensial total

$$C^o = v_1x_1 + v_2x_2$$

Harga input konstan → deferensial total dr *iso-outlay line* (*the budget constraint*) adalah:

$$dC^o = v_1dx_1 + v_2dx_2$$

Pembayaran sepanjang grs iso-outlay diasumsikan konstan, shg $dC^o = 0$

$$0 = v_1dx_1 + v_2dx_2$$

$$-v_1dx_1 = v_2dx_2$$

$$dx_2/dx_1 = -v_1/v_2$$

Slope dr grs *iso-outlay* atau kendala anggaran

X_1 sumbu horizontal & x_2 sumbu vertikal

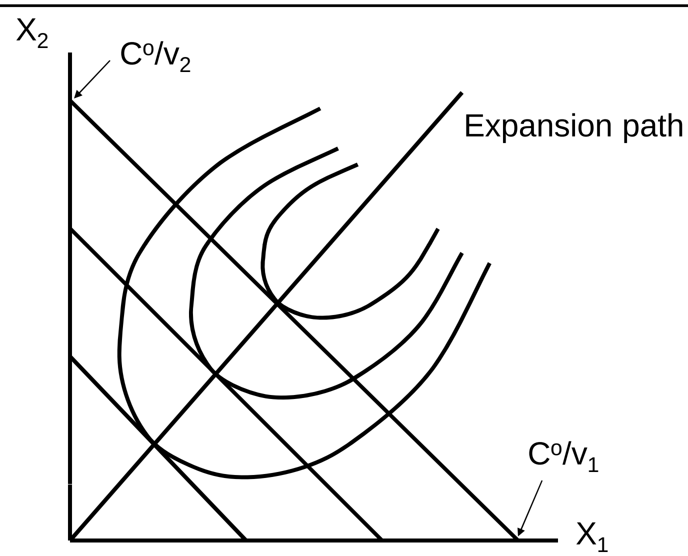
3. *The Budget Constraint and the Isoquant Map*

Isoquant Map → diagram series beberapa isoquant
Kombinasi input untuk menghasilkan tk output yg sama

Budget Constraint → kombinasi input dg tk pengeluaran yg sama

- Petani dihadapkan pd kendala anggaran dlm pembelian input x1 & x2
- u/ mendapatkan profit maksimal secara umum (global)

⇒ Pemilihan titik kombinasi penggunaan input x_1 & x_2??



- Slope isoquant : - $MRS_{x1,x2} = dx_2/dx_1$
- Slope iso-outlay pd titik kombinasi biaya terkecil:

$$dx_2/dx_1 = - v_1/v_2$$

$$\Rightarrow - MRS_{x1,\, x2} = - v_1/v_2$$

$$\boxed{MRS_{x1,\, x2} = v_1/v_2}$$

Titik kombinasi biaya terkecil MRS dr x_1 u/ x_2 harus sama dengan inverse rasio harga (v_1/v_2)

4. *Isocline and Expansion Path*

Isocline : garis yg menghubungkan titiik-titik dari slope yg sama pd suatu beberapa isoquant

The ridge line: grs yg menghubungkan titik-titik dg slope nol pd beberapa isoquant → lihat bab 5

Pengelolaan:

- u/ memproduksi output jmlh tertentu pd biaya input terkecil
- u/ memproduksi output jml maksimum dg pengeluaran belanja x_1 & x_2 pd tingkat tertentu

Petani hrs menyamakan $MRS_{x1, x2}$ dengan v_1/v_2

Jika harga input konstan (asumsi model persaingan murni) → slope iso-outlay akan konstan

Suatu grs yang menghubungkan seluruh titik dr slope konstan v_1/v_2 pd peta isoquant → *isocline* (dg nama khusus: *expansion path*)

Expansion path → petani memperluas usaha atau mengembangkan skala operasi usaha yg berkenaan dg pembelian input x_1 & x_2.

Seorang petani berkeinginan u/ memproduksi sejmlh output tertentu pd biaya minimal atau berkeinginan u/ memperoduksi jmlh maksimum dg pengeluaran x_1 & x_2 tk tertentu → titik-titik pd sepanjang *expansion path*

Persamaan *expansion path*:

$$dx_2/dx_1 = v_1/ v_2$$

$$dx_2/dx_1 = - MPPx_1/MPPx_2$$

Persamaan *expansion path* dpt diperoleh dg memecahkan $MPPx_1/MPPx_2 = v_1/v_2$ untuk x_2 dlm bentuk x_1

Contoh:

Pers fungsi Produksi:

$$Y = \alpha X^{0.5}{}_1,\ x_2{}^{0.5}$$

MPP adalah

$$MPP_{x1} = 0.5\alpha x^{-0.5}{}_1 x^{0.5}{}_2$$

$$MPP_{x2} = 0.5\alpha x^{0.5}{}_1 x^{-0.5}{}_2$$

$MRSx_1,x_2$ adalah

$$(0.5\alpha x^{-0.5}{}_1 x^{0.5}{}_2) / (0.5\alpha x^{0.5}{}_1 x^{-0.5}{}_2) \quad \Rightarrow x_2/x_1$$

$$\boxed{MRS_{x1,\, x2} = v_1/v_2}$$

$$\Rightarrow \quad x_2/x_1 = v_1/v_2$$

Persamaan expansion path adalah:

$$x_2 = (v_1/v_2)x1$$

Selama rasio harga input v_1/v_2 adalah konstan = b, maka pers expansion patha adalah linier

$$x_2 = bx_1$$

5. *General Expansion Path Conditions*

Kondisi umum u/ maksimisasi profit yg tlh didefinisikan pd bab 6 adalah

$$\boxed{VMPx_1/v_1 = VMPx_2/v_2 = 1}$$

Note: Petani mengeluarkan satu unit mata uang (dollar) untuk input harus menghasilkan satu unit mata uang (dollar)

Jika petani menghadapi keterbatsan dana u/ belanja input x1 & x2; alternatif terbaik adalah menerapkan prinsip *equimarginal return*.

equimarginal return principle → menjamin jika petani tdk pd titik profit maksimum, pd biaya terkecil yang menjadi meminimalkan tk output yg dpt diproduksi. Alternatif, maksimumkan output yg diproduksi u/ anggaran pembayaran tertentu

equimarginal return principle
→ petani mengoperasionalkan kombinasi input sbb:

$$VMPx_1/v_1 = VMPx_2/v_2 = K$$

K: bilangan berapapun

Contoh 1:

$$VMPx_1/v_1 = VMPx_2/v_2 = 3$$

The last dollar spent on the input return $3. This is point on expansion path that represent a least cost combination of input

This not a point of profit maximization

Contoh 2:

$$VMPx_1/v_1 = VMPx_2/v_2 = 1$$

This also a point of least cost combination on the expansion path, but this is the same as the previously defined point of profit maximization

6. *Simple Mathematics of Global Profit Max.*

Diasumsikan bhw petani mencari titik global dr maksimisasi profit → petani mengacu pd menggunaan jmlh dan kombinasi input dimana total profit terbesar

Penerimaan dr penjualan output (*y*) jagung didefinisikan sbb:

$$\left.\begin{array}{c} R = py \\ \text{Fungsi produksi jagung:} \\ Y = f(x_1, x_2) \end{array}\right\} \Longrightarrow R = p\,f(x_1, x_2)$$

Fungsi Biaya

$$C = v_1 x_1 + v_2 x_2$$

Fungsi Profit:

$$\Pi = R - C$$

$$\Pi = py - v_1 x_1 - v_2 x_2$$

$$\Pi = pf(x_1, x_2) - v_1 x_1 - v_2 x_2$$

$$\left.\begin{aligned} \partial\Pi/\partial x_1 &= pf_1 - v_1 = 0 \\ \partial\Pi/\partial x_2 &= pf_2 - v_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow pf_1/v_1 = Pf_2/v_2 = 1$$

Petani tertarik memaksimumkan profit akan menyamakan rasio *VMP* (pf_1 atau pf_2) dg harga input = 1

7. *Constrained Revenue Max.*

To globally maximize profits, the next best alternative is to find a point of least-cost combination

Objective function to be maximized revenue:

$$R = py$$

$$R = p\, f\,(x_1, x_2)$$

Terkendala pd dana yg tersedia u/ belanja input x_1 & x_2

$$C = v_1 x_1 + v_2 x_2$$

8. Interpretation of the Lagrangian Multiplier

9. Constrained Output Max.

10. Cost-Minimization Subject to a Revenue Contraint

11. Application: the design of contractual arrangement between land-lords and tenant